

*作答前，請先核對院(系)別與考試科目是否正確！

准考證號碼：_____ (請考生自行填寫)

本卷共有試題 10 題，每題 10 分

1. 解微分方程式 $9yy' + 4x = 0$.
2. 解微分方程式 $(x^3 + 3xy^2)dx + (3x^2y + y^3)dy = 0$.
3. 解初值問題 $y' + 6x^2y = \frac{e^{-2x^3}}{x^2}$, $y(1) = 0$.
4. 令矩陣 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & -5 \end{bmatrix}$, $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -4 \\ -3 & 4 & 9 \end{bmatrix}$ ，試求下列計算或說明何以沒有定義的理由。(1) $\mathbf{A}+\mathbf{B}$, (2) $\mathbf{B}+\mathbf{C}$, (3) \mathbf{AB} , (4) \mathbf{BC} .
5. 請以高斯消去法(Gauss elimination)或柯拉瑪定理(Cramer's rule)解下列方程組

$$\begin{aligned} x + y - z &= 9 \\ 8y + 6z &= -6 \\ -2x + 4y - 6z &= 40 \end{aligned}$$
6. 求下列矩陣的本徵值(eigen values)和本徵向量(eigen vectors).

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 3 \\ 0 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
7. 求向量 $\vec{a} = [-1, 1, 2]$ 與 $\vec{b} = [1, 2, 1]$ 的內積與夾角.
8. 應用梯度(gradient)求曲面 $x^2 + y^2 + 2z^2 = 26$ 在點 $P(2, 2, 3)$ 的單位法線向量(unit normal vector).
9. 求向量 $\vec{a} = [yz, 3zx, z]$ 的散度(divergence)和旋度(curl).
10. 一力場 $\vec{F} = [x, y, z]$ 使質點沿曲線 $C: x = \cos t, y = \sin t, z = 3t$ ，自 $t = 0$ 移動至 $t = 2$ ，求 \vec{F} 對質點所做的功.